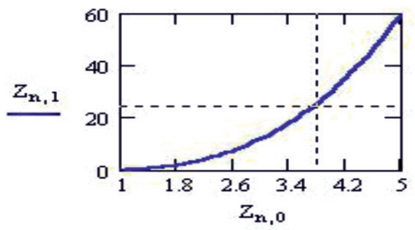
$$\frac{d}{dx}y = \frac{y}{x} + x^2$$

при начальном условии y(1)=0 на отрезке [1,5]

$$y_0 := 0 \qquad F(x,y) := \frac{y_0}{x} + x^2$$

$Z :=$ rkfixed(y,1,5,40,F) $\qquad n := 0..40$



Z =

	0	1
0	1	0
1	1.1	0.115
2	1.2	0.264
3	1.3	0.448
4	1.4	0.672
5	1.5	0.937
6	1.6	1.248
7	1.7	1.606
8	1.8	2.016
9	1.9	2.479
10	2	3
11	2.1	3.58
12	2.2	4.224
13	2.3	4.933
14	2.4	5.712
15	2.5	6.562

Рис. 5. Пример решения функции с помощью Bulstoer Метод Булирша-Штера

Решение функции с помощью Rkadapt. Функция Rkadapt полезна когда известно что рассматриваемый интервал меняется слабо, любо медленные или быстрые изменения. Метод Рунге-Кутта с переменным шагом разделяет интервал не на равномерные. Там где решение меняется слабо выбираются более редкие шаги, а в областях с сильными изменениями выбирают частые. Метод Bulirsch-Stoer оказывается более эффективным для поиска гладких решений (рис. 3).

Решение функции с помощью Odesolve. Функция Odesolve полезна для решения обыкновенного ДУ заданного в виде краевых задач или задач Коши. Он обеспечивает малую погрешность для широкого класса ОДУ. Для начала в блоке given должны быть определены начальные условия и ДУ функция x – переменная для интегрирования b – конец промежутка решений step – величина шага (рис. 4).

Bulstoer Метод Булирша-Штера. Этот метод лучше чем метод Рунге-Кутта, в том случае если решения с плавной функцией (рис. 5).

В результате получаем матрицу, где количество столбцов равно порядку уравнений, а количество строк равно параметру n.

Использование Mathcad позволяет ускорить процесс нахождения решения задачи, а использование программирование может ускорить этот процесс. Минусы в использования на мой взгляд кажутся высокие системные требования и времязатратность.

Список литературы

1. studopedia.ru.
2. ru.wikipedia.org.

Физико-математические науки

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ГОСТИНИЧНОМ БИЗНЕСЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОДНОРОДНЫХ НЕЧЕТКИХ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ

Бойко К.В., Барышевский С.О.

Мелитопольский институт государственного и муниципального управления «Классического приватного университета», Мелитополь, e-mail: kirilb54@gmail.com

В настоящее время мировой туристический рынок характеризуется высокой степенью конкуренции, и специалист, работающий в сфере туризма и гостиничного бизнеса, должен быть готов к принятию решений в условиях неопределенной конкурентной среды [1]. Нечеткая марковская цепь является одной из моделей неопределенности, в которой сочетаются случайность и нечеткость, что в свою очередь приводит к появлению понятия нечеткой вероятности. В классической теории вероятность есть детерминированная характеристика возможности появления событий в определенных условиях. Вместе с тем, в реальной жизни эта возможность может неконтролируемым образом зависеть от совокупности условий, которые сами могут измениться. В этих случаях вероятность естественно описывать нечетким числом с функцией принадлежности, параметры которой оцениваются статистически по совокупности испытаний [2]. Нечеткие марковские процессы с дискретными состояниями удобно представлять и иллюстрировать с помощью нечеткой переходной матрицы и нечеткого графа состояний системы, поскольку система может прибывать в одном из n состояний и для каждого момента времени t необходимо задать n^2 вероятностей перехода P_{ij} [3-4].

В данной работе мы предлагаем рассмотрение представления нечетких целей Маркова в виде нечеткой переходной матрицы состояний с привлечением аппарата нечеткой математики. Предлагается математическая модель принятия решения на примере из сферы гостиничного бизнеса с привлечением однородных нечетких марковский цепей. Нечеткий случайный процесс будем называть нечеткой марковской цепью, если для каждого k-го шага случайная последовательность событий (состояний) S(0), S(1),…, S(k), нечеткая вероятность перехода из любого состояния S_i в любое S_j не зависит от того, когда и как система пришла в состояние S_j. Начальное состояние S(0) может быть заданным заранее или случайным образом. Нечеткие вероятности цепи Маркова будем называть вероятности $P_i(k)$ того, что после k-того шага (и до (k+1)-го) система S будет находится в состояние $S_i(i = 1, 2,…, n)$. Очевидно что для любого k:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i\left(k\right) \approx \tilde{1}, \tag{1}$$

где $P_i(k)$ – нечеткие числа, $\tilde{1}$ – нечеткая единица, модальное значение которой равно 1.

Если начальное состояние системы S в точности известно $S(0) = S_i$, то начальная вероятность $P_i(0) = 1$, а все остальные равны нулю.

Нечеткой вероятностью перехода (переходной вероятностью) на k-ом шаге из состояния S_i в состояние S_j будем называть нечеткую условную вероятность того, что система S после k-го шага окажется в состоянии S_j при условии, что непосредственно перед этим (после (k-1)-го шага) она находилась в состоянии S_i.

Поскольку система может пребывать в одном из n состояний, то для каждого момента времени t необходимо задать n^2 нечетких вероятностей перехода P_{ij}, которые удобно представить в виде следующей нечеткой матрицы:

$$A = \left(P_{ij}\right) = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где P_{ij} – нечеткая вероятность перехода за один шаг из состояния S_i в состояние S_j; P_{ij} – нечеткая вероятность задержки в состояние S_j. Здесь P_{ij} являются нечеткими гауссовыми числами с соответствующими функциями принадлежности:

$\mu\left(P_{ij}\right) = \exp\left\{-\dfrac{(P_{ij} - P_{ij}^{\circ})^2}{2\sigma_{ij}^2}\right\}$, где P_{ij} – модальное значение (ядра) нечетких чисел; σ_{ij}^2 – коэффициенты концентрации (носители). Матрица (2) называется нечеткой переходной или матрицей нечетких переходных вероятностей.

Если нечеткие переходные вероятности не зависят от номера шага (от времени), а зависят только от того, из какого состояния в какое осуществляется переход, то соответствующая нечеткая марковская цепь называется однородной.

Отметим некоторые особенности нечеткой матрицы, которые образуют переходные вероятности нечеткой однородной цепи Маркова:

– Каждая строка характеризует выбранное состояние системы, а её элементы представляют собой нечеткие вероятности всех возможных переходов за один шаг из выбранного (из i-го) состояния, в том числе переходов в самого себя.

– Элементы столбцов показывают нечеткие вероятности всех возможных переходов системы за один шаг в заданное (j-е) состояние (иначе говоря, строки характеризуют нечеткую вероятность перехода системы из состояния, столбец – в состояние).

– Сумма нечетких вероятностей каждой строки нечетко равна нечеткой единице, так как переходы образуют полную группу несовместимых событий:

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} \approx \tilde{1}\ , i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

– По главной диагонали матрицы нечетких переходных вероятностей стоят нечеткие вероятности того, что система не выйдет из состояния S_i, и останется в нем.

Если для нечеткой однородной марковской цепи заданы нечеткое начальное распределение переходимых вероятностей (P_{ij}), то нечеткие вероятности состояний системы $P_i\left(k\right)\ (i = \overline{1,n};\, j = \overline{1,n})$ определяюся рекуррентной формулой:

$$P_i\left(k\right) \approx \sum_{j=1}^{n} P_j\left(k-1\right) \cdot P_{ij}, (i = \overline{1,n};\, j = \overline{1,n}) \tag{4}$$

с соответствующими функционалами принадлежности компонентов нечеткого решения задачи (4)

$$\mu\left(P_i\left(k\right)\right) = \mu\left(\sum_{j=1}^{n} P_j\left(k-1\right) \cdot P_{ij}\right) = \\ = \exp\left\{\frac{(P_i\left(k\right) - P_i^{\circ}\left(k\right))^2}{2D_i(k)}\right\}, \tag{5}$$

$$P_i^{\circ}\left(k\right) = \sum_{j=1}^{n} P_j^{\circ}(k-1) \cdot P_{ij}^{\circ},$$

$$D_i(k) = \sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2(k-1) \cdot \sigma_{ij}^2\ \ (i = \overline{1,n};\, j = \overline{1,n}).$$

Построим математическую модель принятия решений в условиях неопределенности на примере из сферы гостиничного бизнеса с привлечением однородных нечетких марковских цепей.

Пример. Предприниматель намерен взять в аренду отель сроком на два года. Имеются два отеля A и B, которые расположены в разных районах города, но имеющих одинаковое количество комнат. Опыт эксплуатации этих отелей свидетельствует о том, что для них имеют место различные матрицы нечетных переходных вероятностей, соответствующих состояниям: занятость номеров более 90% (состояние 1) и занятость номеров менее 90% (состояние 2):

Отель A: $P(A)=\begin{pmatrix}\widetilde{0.9} & \widetilde{0.1}\\ \widetilde{0.6} & \widetilde{0.4}\end{pmatrix}$, где $\widetilde{0,9},\widetilde{0,1},\widetilde{0,6},\widetilde{0,4}$ – нечетные гауссовы числа с соответствующими функциями принадлежности

$$\mu\left(\widetilde{0,9}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.9)^2}{(0.2)^2}\right\},\ \ \mu\left(\widetilde{0,1}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.1)^2}{(0.05)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,6}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.6)^2}{(0.1)^2}\right\},\ \ \mu\left(\widetilde{0,4}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.4)^2}{(0.1)^2}\right\};$$

Отель B: $P(B)=\begin{pmatrix}\widetilde{0.8} & \widetilde{0.2}\\ \widetilde{0,7} & \widetilde{0.3}\end{pmatrix}$, где $\widetilde{0,8},\widetilde{0,2},\widetilde{0,7},\widetilde{0,3}$ – нечетные гауссовы числа с соответствующими функциями принадлежности

$$\mu\left(\widetilde{0,8}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.8)^2}{(0.2)^2}\right\},\ \ \mu\left(\widetilde{0,2}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.2)^2}{(0.05)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,7}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.7)^2}{(0.1)^2}\right\},\ \ \mu\left(\widetilde{0,3}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.3)^2}{(0.1)^2}\right\}.$$

Нечеткие элементы матрицы перехода определены за годовой период эксплуатации отелей.

Требуется:

1. Найти нечеткие вероятности состояний для каждого отеля после двухлетней эксплуатации, если в начальном состоянии занятость номеров более 90% ($P_1(0) = 1$, $P_2(0) = 0$);

2. Определить отель, который является более предпочтительным для взятия предпринимателем в аренду на два года.

Решение. Используя матрицу нечетких переходных вероятностей, определим нечеткие вероятности состояний $P_i(k)$ после первого шага (после первого года эксплуатации отеля A) по формулам (4)-(5):

$$P^0_{A1}(1)=P^0_{A1}(0)\cdot P^0_{A11}+P^0_{A2}(0)\cdot P^0_{A21}=1\cdot 0.9+0\cdot 0.6=0.9;$$

$$P^0_{A2}(1)=P^0_{A1}(0)\cdot P^0_{A12}+P^0_{A2}(0)\cdot P^0_{A22}=1\cdot 0.1+0\cdot 0.4=0.1;$$

$$D_{A1}(1)=\sigma^2_{A1}(0)\cdot\sigma^2_{A11}+\sigma^2_{A2}(0)\cdot\sigma^2_{A21}=1\cdot(0.2)^2+0\cdot(0.1)^2=0.04;$$

$$D_{A2}(1)=\sigma^2_{A2}(0)\cdot\sigma^2_{A12}+\sigma^2_{A2}(0)\cdot\sigma^2_{A22}=1\cdot(0.05)^2+0\cdot(0.1)^2=0.0025.$$

Таким образом, после первого года эксплуатации, отель A будет находится в состоянии 1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,9}$ и в состоянии 2 с вероятностью $\widetilde{0,1}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,9}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.9)^2}{(0.2)^2}\right\},\ \ \mu\left(\widetilde{0,1}\right)=\exp\left\{-\frac{(x-0.1)^2}{(0.05)^2}\right\}.$$

Определим нечеткие вероятности состояний после второго года эксплуатации отеля A:

$$P^0_{A1}(2)=P^0_{A1}(1)\cdot P^0_{A11}+P^0_{A2}(1)\cdot P^0_{A21}=0.9\cdot 0.9+0{,}1\cdot 0.6=0.87;$$

$$P^0_{A2}(2)=P^0_{A1}(1)\cdot P^0_{A12}+P^0_{A2}(1)\cdot P^0_{A22}=0.9\cdot 0.1+0.1\cdot 0.4=0.13;$$

$$D_{A1}(2)=D^2_{A1}(1)\cdot\sigma^2_{A11}+D^2_{A2}(1)\cdot\sigma^2_{A21}=0{,}04\cdot(0.2)^2+0{,}0025\cdot(0.05)^2=(0.0401)^2;$$

$$D_{A2}(2)=D^2_{A2}(1)\cdot\sigma^2_{A12}+D^2_{A2}(1)\cdot\sigma^2_{A22}=(0.05)^2\cdot(0.05)^2+(0.05)^2\cdot(0.1)^2=(0.0503)^2.$$

Таким образом, после второго года эксплуатации, отель А будет находиться в состоянии 1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,87}$ и в состоянии 2 с вероятностью $\widetilde{0,13}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,87}\right) = \exp\left\{-\frac{(x-0.87)^2}{(0,0401)^2}\right\},\ \mu\left(\widetilde{0,13}\right) = \exp\left\{-\frac{(x-0.1)^2}{(0,0503)^2}\right\}.$$

Аналогично определим нечеткие вероятности состояний $P_i(k)$ после двух шагов (после двух лет эксплуатации отеля В):

$$P_{B1}^0(1) = P_{B1}^0(0)\cdot P_{B11}^0 + P_{B2}^0(0)\cdot P_{B21}^0 = 1\cdot 0.8 + 0\cdot 0.2 = 0.8;$$

$$P_{B2}^0(1) = P_{B1}^0(0)\cdot P_{B12}^0 + P_{B2}^0(0)\cdot P_{B22}^0 = 1\cdot 0.2 + 0\cdot 0.3 = 0.2;$$

$$D_{B1}(1) = \sigma_{B1}^2(0)\cdot\sigma_{B11}^2 + \sigma_{B2}^2(0)\cdot\sigma_{B21}^2 = 1\cdot(0.2)^2 + 0\cdot(0.05)^2 = 0.04;$$

$$D_{B2}(1) = \sigma_{B2}^2(0)\cdot\sigma_{B12}^2 + \sigma_{B2}^2(0)\cdot\sigma_{B22}^2 = 1\cdot(0.05)^2 + 0\cdot(0.1)^2 = 0.0025;$$

$$P_{B1}^0(2) = P_{B1}^0(1)\cdot P_{B11}^0 + P_{B2}^0(1)\cdot P_{B21}^0 = 0.8\cdot 0.8 + 0,2\cdot 0.7 = 0.78;$$

$$P_{B2}^0(2) = P_{B1}^0(1)\cdot P_{B12}^0 + P_{B2}^0(1)\cdot P_{B22}^0 = 0.8\cdot 0.2 + 0.2\cdot 0.3 = 0.22;$$

$$D_{B1}(2) = D_{B1}^2(1)\cdot\sigma_{B11}^2 + D_{B2}^2(1)\cdot\sigma_{B21}^2 = 0,04\cdot(0.2)^2 + 0,0025\cdot(0.05)^2 = (0.0401)^2;$$

$$D_{B2}(2) = D_{B2}^2(1)\cdot\sigma_{B12}^2 + D_{B2}^2(1)\cdot\sigma_{B22}^2 = (0.05)^2\cdot(0.05)^2 + (0.05)^2\cdot(0.1)^2 = (0.0503)^2.$$

Таким образом, после второго года эксплуатации отель В будет находиться в состоянии 1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,78}$ и в состоянии 2 с вероятностью $\widetilde{0,22}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,78}\right) = \exp\left\{-\frac{(x-0.78)^2}{(0.0401)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,22}\right) = \exp\left\{-\frac{(x-0.22)^2}{(0,0503)^2}\right\}.$$

Сравним полученные нечеткие вероятности:

1) Численные значения коэффициентов концентрации совпадают;

2) Для модальных значений выполняются следующие неравенства:

$$P_{A1}^0(2) > P_{B1}^0(2)(0.87 > 0.78);$$
$$P_{A2}^0(2) < P_{B2}^0(2)(0.13 < 0.22).$$

Таким образом, для предпринимателя предпочтительней является взятие в аренду на два года отеля А.

Выводы. В данной работе представлено рассмотрение основных понятий теории однородных нечетких цепей Маркова с привлечением нечеткой математики. Предложена математическая модель принятия решения на примере из сферы гостиничного бизнеса с привлечением однородных нечетких марковских цепей.

Список литературы

1. Ветохин А.Н., Силаева И.В. Математическое моделирование принятия решений в гостиничном бизнесе в условиях неопределенности // Современные проблемы сервиса и туризма. – 2009. – № 3. – С. 67-76.

2. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. – Х.: Парус, 2008. – 352 с.

3. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб.пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 432 с.

4. Барышевский С.О. Представление нечетких цепей Маркова в виде нечеткой переходной матрицы и нечеткого графа состояний.// Сучасні проблемі моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім.. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. – Вип. 10. – С. 27-30.

ФОРМЫ ОПИСАНИЯ ИНСТИТУТОВ: ЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИНСТИТУТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.

Вершков И.В., Воробьева Р.Р., Барышевский С.О.

Мелитопольский институт государственного и муниципального управления «Классического приватного университета», Мелитополь,
e-mail: vershkov.vanya@gmail.com

Основным понятием институциональной экономики является понятие «Институт».