

ны, а также «угрозы» и «возможности» существования бактериофагов на фармацевтических рынках.

Таким образом, сильными сторонами являются:

- среди побочных эффектов только аллергические реакции;
- к бактериофагам не развивается устойчивость микроорганизмов;
- можно применять взрослым, детям любого возраста, беременным женщинам и в период лактации;
- случаев передозировок препаратами не установлено;
- можно сочетать с препаратами других фармацевтических групп, в т.ч. с антибиотиками;
- отпускаются без рецепта;
- отечественный препарат.

Слабые стороны:

- длительный курс лечения в сравнении с антибиотиками и синтетическими антибактериальными препаратами
- стоимость среднего курса лечения больше в сравнении с антибиотиками и синтетическими антибактериальными препаратами
- неудобство в использовании и хранении
- ограниченность выбора ассортимента

Возможности:

- отсутствие конкурентов (данные возможности только для производителей) Т.к. бактериофаги отпускаются без рецепта врача, то к целевым группам продвижения относятся все участники фармацевтического рынка.
- целевые группы при продвижении все участники фармацевтического рынка

Угрозы:

- отсутствие бактериофагов в списке ЖНВЛП
- цены устанавливаются на основе спроса и предложения.

– низкая осведомленность врачей разных специальностей. По данным проведенного нами опроса, осведомленность врачей в вопросах фототерапии находится на высоком уровне только у педиатров, у врачей других профилей специальностей уровень осведомленности довольно низок.

В результате анализа была разработана база данных бактериофагов, зарегистрированных на российском фармацевтическом рынке. Проведен анализ зарегистрированных ЛП данной группы, при котором были изучены лекарственные формы, страны и производители, спектр фармакологического действия и т.д. Рассчитаны средние базовые показатели ассортимента по 10 аптечным организациям. Проведен SWOT-анализ, который может позволить сосредоточиться на сильных сторонах, тем самым повысив уровень оказания фармацевтической помощи.

Список литературы

1. Костюкевич О. И. Применение бактериофагов в клинической практике: эпоха Возрождения // РМЖ. – 2015. – Т. 23. 21. – С. – 1258-1262.
2. Назаров П.А. Альтернативы антибиотикам: Литические ферменты бактериофагов и фаговая терапия // Вестник Российского государственного медицинского университета. – 2018. – № 1. – С. 5-15.
3. Попова В., Зурабов А., Исаджанян К., Пашкова Г., Никитин В., Жиланов Е. Факты о фагах // Цифровая стоматология. – 2018. – Т.8. – № 1. – С. 6-10.
4. Chan B.K., Siström M., Wertz J.E., Kortright K.E., Narayan D., Turner P.E. Phage selection restores antibiotic sensitivity in MDR *Pseudomonas aeruginosa* // Sci. Rep. – 6. 26717. DOI: 10.1038/srep26717 (2016).
5. ГРЛС. [Электронный ресурс]. – М.: Государственный реестр лекарственных средств.-2-19. URL:<http://grls.gosminzdrav.ru/Default.aspx>.
6. Грибкова Е.И., Головлева А.И., Ландышев Н.Н. Маркетинговый анализ бактериофагов, зарегистрированных на фармацевтическом рынке // Перспективы внедрения инновационных технологий в медицине и фармации: сборник материалов VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Орехово-Зуево, 2019. – Т. 1. 12. – С. 62-67.

Физико-математические науки

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Аллазиева Г., Утепкалиев С.

*Атырауский государственный университет
им. Х. Досмухамедова,
e-mail: Serik.Utepkaliyev@mail.ru*

В статье рассматриваются различные методы решения функциональных уравнений и неравенств. А также приведены решения задач относительно композиции функции. Такие задачи мало рассматриваются в школьном курсе математики, а часто встречаются в заданиях математической олимпиады. Приведены анализ применения различных методов решения функциональных уравнений и неравенств. Задача этой работы обеспечить более полное рас-

крытие применения функционального метода к решению уравнений и неравенств, от простых до сложных.

Функциональный метод решения уравнений и неравенств позволяет сделать более осмысленным их изучение. Свойства функции, геометрические образы необходимо широко использовать при изучении уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, отражающиеся на функциональный метод, достаточно нетрадиционно и является творческой задачей.

а) Задачи относительно композиции функции.

Задача 1. Если $g(x) = \sqrt[3]{x(x-4)}, |x| \neq 2$.

Найти значение выражения $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$.

Решение. Функция $g(x)$ определена на всей числовой оси: $x \in (-\infty; +\infty)$.

Напшем композиции функции $g(2-x) - g(x)$, $f(x) = 2-x$:

$$g(2-x) = g(f(x)), \text{ и функции } g(2+x) - g(x), h(x) = 2+x, g(2+x) = g(h(x)).$$

$$\text{Тогда } g(x-2) = g(f(x)) = \sqrt[3]{(2-x)(2-x)-4} = \sqrt[3]{(x-2)(x+2)},$$

$$g(x+2) = g(h(x)) = \sqrt[3]{(2+x)(2+x)-4} = \sqrt[3]{(x+2)(x-2)}.$$

Следовательно, значение выражения $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$ при $x \neq 2$ равно: $\frac{g(2-x)}{g(2+x)} = \sqrt[3]{\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}} = 1$.

Задача 2. Дано функция $f(x) = 2x+3$. Найти $f(f(x))$, $f(f(f(x)))$.

Решение. Имеем: $f(f(x)) = 2(2x+3)-3 = 4x-9$.

А композиции функции $f(x) = 3-2x$ и $f(f(x))=g(x)$ пишем в виде:

$$f(f(f(x))) = f(g(x)) = 2g(x)-3 = 2(4x-9)-3 = 8x-21.$$

Задача 3. Пусть $f(x) = \frac{x}{3} + 2$. Вычислить значение функции $f(\dots f(f(x)) \dots)$ при $x = 4$.
2020 пет

Решение. Для функции $f(\dots f(f(x)) \dots)$ получим следующую гипотезу:

$$\text{при } n = 1: f(x) = 2 + \frac{x}{3}.$$

$$\text{при } n = 2: f(f(x)) = 2 + \frac{2 + \frac{x}{3}}{3} = 2 + \frac{2}{3} + \frac{x}{3^2}.$$

$$\text{при } n = 3: f(f(f(x))) = 2 + \frac{2 + \frac{2}{3} + \frac{x}{3^2}}{3} = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{x}{3^3}.$$

.....

$$\text{при } n: f(\dots f(f(x)) \dots) = (2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{n-1}}) + \frac{x}{3^n}.$$

Эту гипотезу доказываем методом математической индукции.

При $n = 1$ имеет место $f(x) = 2 + \frac{x}{3}$. Пусть при $n = k$ гипотеза верна, т.е.

$$f(\dots f(f(x)) \dots) = (2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{k-1}}) + \frac{x}{3^k}.$$

Теперь доказываем, что при случае $n = k + 1$. Действительно, имеем:

$$f(\dots f(f(x)) \dots) = f(\dots f(f(x)) \dots) = 2 + \frac{(2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{k-1}}) + \frac{x}{3^k}}{3} = (2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k}) + \frac{x}{3^{k+1}}$$

Таким образом, гипотеза верна при любом натуральном значении n :

$$f(\dots f(f(x)) \dots) = (2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{n-1}}) + \frac{x}{3^n}.$$

$$\text{При } n = 2020 \quad f(\dots f(f(x)) \dots) = (2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{2019}}) + \frac{x}{3^{2020}}.$$

$2, \frac{2}{3}, \frac{2}{3^2}, \dots, \frac{2}{3^{2019}}$ – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия с знаменателем $q = \frac{1}{3}$, ее

$$\text{сумма равна: } 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^{2019}} = 2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{3^{2020}}}{1 - \frac{1}{3}} = 3 \cdot (1 - \frac{1}{3^{2020}}).$$

$$\text{Тогда } f(\dots f(f(x)) \dots) = 3 \cdot (1 - \frac{1}{3^{2020}}) + \frac{x}{3^{2020}} = 3 + \frac{x-3}{3^{2020}}.$$

$$\text{При } x = 4 \quad f(\dots f(f(4)) \dots) = 3 + \frac{1}{3^{2020}}.$$

б) Различные методы решение функциональных уравнении и неравенств.

Под функциональным методом решения уравнений и неравенств понимают метод решения, опирающийся на использование свойства функций, входящих в уравнении и неравенство. Изучение роли функционального метода решения уравнений и неравенств является целью этой работы.

Функциональный метод используется:

- 1) В обосновании классических методов решения уравнений и неравенств (теорем равносильности, методов интервалов);
- 2) используется для решения задач, которые другими методами решить нельзя;
- 3) некоторые задачи можно решить разными способами, но более рациональным методом является функциональный;

4) при решении уравнений и неравенств, которые являются математической моделью других задач: нахождение области определения, множества значений функций, нахождение интервалов монотонности.

Большинство функциональных уравнений могут быть не определены специальной функцией, то есть класса функций, которые обладают обобщенными свойствами. Например, уравнение $f(x+1)=f(x)$ – характеризует класс функций, период которых равен 1, а уравнение $f(1+x)=f(1-x)$ – класс симметричных функций по отношению к прямой $x=1$. Особое место в теории функциональных уравнений занимают дифференциальные уравнения. Показать некоторые методы решения функциональных уравнений.

Задача 4. Решить уравнение $x = 5 + \sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{x}}}$.

Решение. $x > 5$. Рассмотрим функцию $f(x) = 5 + \sqrt{x}$. Тогда данное уравнение примет в виде функционального уравнения: $x = f(f(f(x)))$.

Так как функция $f(x) = 5 + \sqrt{x}$ возрастающая, то уравнение $x = f(f(f(x)))$ равносильно уравнению $x = f(x)$, т.е. уравнению $f(x) = 5 + \sqrt{x} = 0$.

Решая этого уравнения, находим: $x = \frac{11 + \sqrt{21}}{2}$.

Задача 5. Найти всех непрерывные функции $f(x)$, если $f(2x) = f(x)$.

Решение. Сделаем замену $x \rightarrow \frac{x}{2}$, тогда: $f(x) = f(\frac{x}{2}) = f(\frac{x}{4}) = \dots = f(\frac{x}{2^n}) = \dots$

Так как функция $f(x)$ непрерывная, то $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(\frac{x}{2^n}) = f(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{2^n}) = f(0)$.

Значит, $f(x) = f(0) = \text{const}$.

Задача 6. Найти всех дифференцируемых функций $f(x)$, если

$$f(x+y) = \frac{f(x) + f(y)}{1 - f(x) \cdot f(y)}.$$

Решение. Пусть $x = y = 0$, тогда $f(0) = \frac{2f(0)}{1 - f^2(0)}$, откуда $f(0) = 0$.

Преобразуя данного уравнение ($y = h$), получим: $\frac{f(x+h) - f(h)}{h} = \frac{f(h)}{h} \cdot \frac{1 + f^2(x)}{1 - f(x) \cdot f(h)}$.

Учитывая, что $\lim_{h \rightarrow 0} f(h) = 0$, находим предел при $h \rightarrow 0$:

$$f'(x) = C(1 + f^2(x)), \text{ где } C = f'(0).$$

Интегрируем последнего уравнения: $\int \frac{df}{1 + f^2} = \int C dx$, получим:

$$\arctg f(x) = Cx + C_1, \text{ б\ddot{u}дан } f(x) = \text{tg}(Cx + C_1).$$

Так как $f(0) = 0$, то $C_1 = 0$ и $f(x) = \text{tg} Cx$.

Задача 7. Решить уравнение $f(\frac{x+1}{x+2}) + 2f(\frac{x-2}{x+1})$.

Решение. Выполняем следующие действия:

- 1) Замена $\frac{x-2}{x+1} = z$, тогда $x = \frac{z+2}{1-z} = z$,

2) Выражение x подставляем в данное уравнению:

$$f\left(\frac{1}{z}\right) + 2f(z) = \frac{z+2}{1-z}, f(z) + 2f\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{\frac{1}{z}+2}{1-\frac{1}{z}},$$

3) Заменяем z через $\frac{1}{z}$: $f(z) + 2f\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1+2z}{z-1}$,

4) Таким образом получаем два уравнения:

$$f\left(\frac{1}{z}\right) + 2f(z) = \frac{z+2}{1-z} \text{ и } f(z) + 2f\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1+2z}{z-1},$$

5) Умножая первого уравнения на (-2) , сложим на вторую уравнению:

Тогда, получим: $f(z) = \frac{4z+5}{3-3z}$. Значит, искомая функция есть: $f(x) = \frac{4x+5}{3-3x}$.

Задача 8. При положительных значениях переменных x и y для функции $f(x)$ имеет место равенство $f(xy) = f(x) + f(y)$. Если $f\left(\frac{1}{2020}\right) = 1$, то найти $f(2020)$.

Решение. По условию $f(1 \cdot 1) = f(1) + f(1)$ или $2f(1) = f(1)$. Значит, $f(1) = 0$. Для всех положительных x выполняется равенство:

$$f(1) = f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0, \text{ тогда } f(x) = -f\left(\frac{1}{x}\right).$$

Следовательно, при $x = 2020$, получим: $f(2020) = -f\left(\frac{1}{2020}\right)$. $f(2020) = -1$.

Задача 9. При всех рациональных значениях x и y функция $f(x)$ удовлетворяет условию $f(x+y) = f(x) + f(y)$. Известно, что $f(10) = \pi$. Найти $f\left(-\frac{2}{7}\right)$ табындар.

Решение. По условию $f(0+0) = f(0) + f(0)$, $f(0) = f(0) + f(0)$. Значит, $f(0) = 0$ и

$$f(0) = f(x + (-x)) = f(x) + f(-x) = 0. \text{ Тогда, } f(-x) = -f(x), \text{ отсюда } f\left(-\frac{2}{7}\right) = -f\left(\frac{2}{7}\right).$$

$$\begin{aligned} f(10) &= f\left(34 \cdot \frac{2}{7} + \frac{2}{7}\right) = f\left(34 \cdot \frac{2}{7}\right) + f\left(\frac{2}{7}\right) = f\left(33 \cdot \frac{2}{7} + \frac{2}{7}\right) + f\left(\frac{2}{7}\right) = f\left(33 \cdot \frac{2}{7}\right) + f\left(\frac{2}{7}\right) + f\left(\frac{2}{7}\right) = \dots = \\ &= f\left(\frac{2}{7}\right) + f\left(\frac{2}{7}\right) + \dots + f\left(\frac{2}{7}\right) = 35 \cdot f\left(\frac{2}{7}\right). \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{f(10)}{35} = -\frac{\pi}{35}, \text{ ал } f\left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{\pi}{35}.$$

Задача 10. Дана функция $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Решить неравенство $2f(x+3) > f(3x+5)$.

Решение. $f(x+3) = \frac{x+3}{x+3+1} = \frac{x+3}{x+4}$, Так как $f(3x+5) = \frac{3x+5}{3x+5+1} = \frac{3x+5}{3x+6}$, то данное неравенство примет вид: $\frac{2x+6}{x+4} - \frac{3x+5}{3x+6} > \frac{3x^2+13x+16}{3(x+4)(x+2)} < 0$.

Так как неравенство $3x^2+16x+16 > 0$ имеет место при всех действительных значениях x , то решение последнего неравенства будет промежутком $x \in (-4; -2)$.

Задача 11. Пусть $f(x) = \frac{x^2-14x+33}{9-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x}$. Решить неравенство $f(g(x)) \geq f(4)$.

Решение. $g(x-9) = \sqrt{x-9}$, тогда $f(g(x-9)) = f(\sqrt{x-9}) = \frac{(\sqrt{x-9})^2 - 14\sqrt{x-9} + 33}{9 - (\sqrt{x-9})^2}$.

Если $f(4) = 1$, то неравенство $f(g(x)) \geq f(4)$ примет вид:

$$\frac{(\sqrt{x-9})^2 - 4\sqrt{x-9} + 33}{9 - (\sqrt{x-9})^2} \geq 1.$$

Обозначим, что $\sqrt{x-9} = t$, то $t \geq 0$ и имеем систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{t^2 - 14t + 33}{9 - t^2} \geq 1, \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t^2 - 7t + 12}{t^2 - 9} \leq 0, \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x - 9 < 9, \\ - < x - 9 \leq 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 \leq x \leq 18, \\ 18 < x \leq 25, \end{cases}$$

$$x \in [9; 18) \cup (18; 25].$$

Таким образом, обобщенные методы задач относительно функциональной зависимости пока не сформулированы, очевидно, можно отнести функциональные уравнения и неравенства с использованием следующих индивидуальных методов и приемов:

- использовать непрерывность функций, устойчивость, монотонность, периодичность, парно-досоковые свойства;
- нули функции или метод неподвижных точек;
- дифференциальный метод, метод перехода на предельный;
- метод разницы;
- метод применительно к функционально заданным свойствам неизвестной функции;
- метод математической индукции;
- способность принимать большие или малые значения функции в какой-либо точке;
- метод рекуррентных ошибок;
- метод замены переменных или выражений относительно аргумента;
- метод записи функции в виде суммирования четных и нечетных функций.

Известно, что обобщенные методы решения функциональных уравнений, не приводимые в дифференцирование и интеграцию, являются малыми. Функциональные уравнения часто встречаются при решении множества прикладных задач, при составлении расписания занятий, в системе управления ракетами и других практических задачах. Также решение функциональных уравнений и неравенств рекомендуется на Олимпиадах для школьников и студентов. От учащихся требуется во всякой конкретной задаче отвлечься от несущественных деталей и увидеть в ней общее функциональное содержание: найти реальные области изменения величин, выяснить характер их зависимости. Решение таких задач воспитывает:

- умение схематизировать;
- развивает интуицию;
- прививает навыки дедуктивного мышления;
- развивает творческие исследовательские способности.

Иначе говоря, способствует развитию математической культуры, играет большую роль для развития личности учащихся. То есть имеет большое педагогическое значение.

Список литературы

1. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики» Книга для учащихся. М.: «Просвещение», 1988.
2. Потапов М.К., Александров В.В., Пасиченко П.И. Лекции по алгебре и элементарным функциям. Изд. Москва МТУ, 1978.
3. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – Книга для учащихся старших классов средней школы. М.: «Просвещение», 1987.
4. Гусев В.А., Мордович А.Г. Математика. Справочные материалы. – Книга для учащихся. М.: «Просвещение», 1990.
5. Кравцов С.В., Макаров Б.Н. и др. Методы решения задач по алгебре. Экзамен «Оникс 21 век». М., 2001.

ИЗМЕРЕНИЕ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ПРОВОДНИКА С ПЛОСКИМ ИЛИ ВОГНУТЫМ СЕЧЕНИЕМ

Карякин А.А., Карякин А.В.

Георгиевский региональный колледж «Интеграл»,
Георгиевск, e-mail: kavo545@mail.ru

Определена форма магнитного поля плоского листового проводника с током с помощью длинной магнитной стрелки от буссоли. Определен угол отклонения конца стрелки от плоскости сечения в зависимости от направления тока. Установлен шаг винтовой линии и направление разворачивания силовых линий магнитного поля. Обнаружен принцип действия, на котором основано правило буравчика, приводящее к тому, что при вращении винта с правой нарезкой, происходит продольное перемещение винта в направлении тока, в направлении силовых линий магнитного поля проводника. Исследовано магнитное поле внутри полого проводника. Определена форма магнитного поля при гибке листового проводника с током с помощью короткой магнитной стрелки от компаса и магнитных опилок.

Применяемые в технике сечения проводников тока не всегда являются круглыми, например