В таблице представлен далеко не весь перечень документированной информации ИСМ, так как степень документированности зависит от размера и специфики организации.

Как видно из таблицы на этапах P (планируй), CHECK (проверяй), ACT (действуй) возможно как совместное документирование, так и параллельное, а на этапе DO (делай) возможно лишь параллельное документирование, так как данный этап учитывает специфические особенности конкретной системы менеджмента. Сложившаяся практика показала, что при интеграции ISO 37001 в действующую систему менеджмента качества достаточно разработать один объемный документ «Антикоррупционная политика организации» в котором будут отражены все требования данного стандарта.

Список литературы

1. ГОСТ Р ИСО 9001 – 2015. Системы менеджмента качества. Требования. Введ. 2015–28–09. М.: Стандартинформ, 2015. 24 с.

2. Международный стандарт ISO 37001:2016. Системы менеджмента противодействия коррупции. Требования и рекомендации по применению [Электронный ресурс]. URL: https://pqm-online.com/assets/files/pubs/translations/std/iso-37001-2016.pdf (дата обращения: 11.01.2023).

3. ГОСТ Р 55269-2012 Системы менеджмента организаций. Рекомендации по построению интегрированных систем менеджмента. Введ. 2012–29–11. М.: Стандартинформ, 2012. 9 с.

4. ГОСТ Р 53893-2010 Системы менеджмента организаций. Руководящие принципы и требования к интегрированным системам менеджмента. Введ. 2011–01–01. М.: Стандартинформ, 2012. 14 с.

5. Косых Д.А., Третьяк Л.Н., Лукоянов В.А. Методика определения приоритетных процессов системы менеджмента качества организации // Фундаментальные исследования. 2017. № 4 (1). С. 157-163.

Физико-математические науки

ОДНОРОДНЫЕ НЕЧЕТКИЕ ЦЕПИ МАРКОВА

Антоненко А.С., Барышевский С.О.

ФГБОУ ВО «Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко», Мелитополь, e-mail: alinaantalinaant@mail.ru

Нечеткая Марковская цепь является одной из моделей неопределенности, в которой сочетаются случайность и нечеткость, что в свою очередь приводит к появлению понятия нечеткой вероятности. В классической теории вероятность есть детерминированная характеристика возможности появления событий в определенных условиях. Вместе с тем, в реальной жизни эта возможность может неконтролируемым образом зависеть от совокупности условий, которые сами могут измениться. В этих случаях вероятность естественно описывать нечетким числом с функцией принадлежности, параметры которой оцениваются статистически по совокупности испытаний [1]. Нечеткие Марковские процессы с дискретными состояниями удобно представлять и иллюстрировать с помощью нечеткой переходной матрицы и нечеткого графа состояний системы, поскольку система может прибывать в одном из n состояний и для каждого момента времени t необходимо задать n^2 вероятностей перехода P_{ij} [2-4].

В данной работе мы предлагаем рассмотрение представления однородных нечетких целей Маркова в виде нечеткой переходной матрицы состояний с привлечением аппарата нечеткой математики. Предлагается математическая модель однородной нечеткой цепи Маркова на примере, который рассматривает процесс функционирования системы автомобиля в условиях неопределенности. Нечеткий случайный процесс будем называть нечеткой Марковской цепью, если для каждого k-го шага случайная последовательность событий (состояний) S(0),S(1),…,S(k) и нечеткая вероятность перехода из любого состояния S_i в любое S_j не зависит от того, когда и как система пришла в состояние S_j. Начальное состояние S(0) может быть заданным заранее или случайным образом. Нечеткие вероятности цепи Маркова будем называть вероятности $P_i(k)$ того, что после k-того шага (и до (k+1)-го) система S будет находиться в состояние S_i ($i = 1,2,\ldots,n$). Очевидно, что для любого k:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(k) \approx \tilde{1}, \qquad (1)$$

где $P_i(k)$ – нечеткие числа, $\tilde{1}$ – нечеткая единица, модальное значение которой равно 1.

Если начальное состояние системы S в точности известно $S(0) = S_i$, то начальная вероятность $P_i(0) = 1$, а все остальные равны нулю.

Нечеткой вероятностью перехода (переходной вероятностью) на k-ом шаге из состояния S_i в состояние S_j будем называть нечеткую условную вероятность того, что система S после k-го шага окажется в состоянии S_j при условии, что непосредственно перед этим (после (k–1)-го шага) она находилась в состоянии S_i.

Поскольку система может пребывать в одном из n состояний, то для каждого момента времени t необходимо задать n^2 нечетких вероятностей перехода P_{ij}, которые удобно представить в виде следующей нечеткой матрицы:

$$A = \left(P_{ij}\right) = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где P_{ij} – нечеткая вероятность перехода за один шаг из состояния S_i в состояние S_j; P_{ij} – нечеткая вероятность задержки в состояние S_j. Здесь P_{ij}

являются нечеткими гауссовыми числами с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(P_{ij}\right)=exp\left\{-\frac{\left(P_{ij}-P_{ij}^{\circ}\right)^{2}}{2\sigma_{ij}^{2}}\right\},$$

где P_{ij}° – модальное значение (ядра) нечетких чисел; σ_{ij}^{2} – коэффициенты концентрации (носители). Матрица (2) называется нечеткой переходной или матрицей нечетких переходных вероятностей [2-4].

Если нечеткие переходные вероятности не зависят от номера шага (от времени), а зависят только от того, из какого состояния в какое осуществляется переход, то соответствующая нечеткая Марковская цепь называется однородной.

Если для нечеткой однородной Марковской цепи заданы нечеткое начальное распределение переходимых вероятностей (P_{ij}), то нечеткие вероятности состояний системы $P_i(k)\left(i=\overline{1,n};j=\overline{1,n}\right)$ определяюся рекуррентной формулой [2]:

$$P_i(k)\approx\sum_{j=1}^{n}P_j(k-1)\cdot P_{ij},\left(i=\overline{1,n};j=\overline{1,n}\right) \quad (3)$$

с соответствующими функциями принадлежности компонентов нечеткого решения задачи (3)

$$\mu\left(P_i(k)\right)=\mu\left(\sum_{j=1}^{n}P_j(k-1)\cdot P_{ij}\right)=$$

$$=exp\left\{\frac{\left(P_i(k)-P_i^{\circ}(k)\right)^{2}}{2D_i(k)}\right\}, \quad (4)$$

$$P_i^{\circ}(k)=\sum_{j=1}^{n}P_j^{\circ}(k-1)\cdot P_{ij}^{\circ},$$

$$D_i(k)=\sum_{j=1}^{n}\sigma_j^2(k-1)\cdot\sigma_{ij}^2\left(i=\overline{1,n};j=\overline{1,n}\right).$$

Построим математическую модель однородной нечеткой цепи Маркова на примере, который рассматривает процесс функционирования системы автомобиля в условиях неопределенности.

Пример. Рассмотрим процесс функционирования системы автомобиля в условиях неопределенности. Пусть автомобиль (система) в течение одной смены (суток) находится в одном из двух состояний: исправном (состояние-1) и неисправном (состояние-2). Опыт эксплуатации этого автомобиля свидетельствует о том, что для него имеет место матрица нечетких переходных вероятностей, соответствующая состояниям: исправен (состояние-1) и неисправен (состояние-2):

$$P(A)=\begin{pmatrix}\widetilde{0.9} & \widetilde{0.1}\\ \widetilde{0.6} & \widetilde{0.4}\end{pmatrix},$$

где $\widetilde{0,9},\widetilde{0,1},\widetilde{0,6},\widetilde{0,4}$ – нечеткие гауссовы числа с соответствующими функциями принадлежности

$$\mu\left(\widetilde{0,9}\right)=exp\left\{-\frac{(x-0.9)^2}{2(0.2)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,1}\right)=exp\left\{-\frac{(x-0.1)^2}{2(0.05)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,6}\right)=exp\left\{-\frac{(x-0.6)^2}{2(0.1)^2}\right\},$$

$$\mu\left(\widetilde{0,4}\right)=exp\left\{-\frac{(x-0.4)^2}{2(0.1)^2}\right\};$$

где $P_{A11}=\widetilde{0,9}$ – нечеткая вероятность того, что автомобиль находится в исправном состоянии, $P_{A12}=\widetilde{0,1}$ – нечеткая вероятность перехода автомобиля из состояния «исправен» в состояние «неисправен», $P_{A21}=\widetilde{0,6}$ – нечеткая вероятность перехода автомобиля из состояния «неисправен» в состояние «исправен», $P_{A22}=\widetilde{0,4}$ – нечеткая вероятность того, что автомобиль останется в состоянии «неисправен».

Нечеткие элементы матрицы перехода определены за трехнедельный период эксплуатации автомобиля.

Требуется определить нечеткие вероятности состояний автомобиля через двое суток эксплуатации, если в начальном состоянии вектор начальных вероятностей состояния автомобиля задан ($P_1(0)=1, P_2(0)=0$)

Решение. Используя матрицу нечетких переходных вероятностей, определим нечеткие вероятности состояний $P_i(k)$ после первого шага (после первых суток эксплуатации автомобиля) по формулам (3)-(4):

$$P_{A1}^{0}(1)=P_{A1}^{0}(0)\cdot P_{A11}^{0}+P_{A2}^{0}(0)\cdot P_{A21}^{0}=1\cdot0.9+0\cdot0.6=0.9;$$

$$P_{A2}^{0}(1)=P_{A1}^{0}(0)\cdot P_{A12}^{0}+P_{A2}^{0}(0)\cdot P_{A22}^{0}=1\cdot0.1+0\cdot0.4=0.1;$$

$$D_{A1}(1)=\sigma_{A1}^{2}(0)\cdot\sigma_{A11}^{2}+\sigma_{A2}^{2}(0)\cdot\sigma_{A21}^{2}=1\cdot(0.2)^2+0\cdot(0.1)^2=0.04;$$

$$D_{A2}(1)=\sigma_{A2}^{2}(0)\cdot\sigma_{A12}^{2}+\sigma_{A2}^{2}(0)\cdot\sigma_{A22}^{2}=1\cdot(0.05)^2+0\cdot(0.1)^2=0.0025.$$

Таким образом, после первых суток эксплуатации, автомобиль будет находиться в состоянии-1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,9}$ и в состоянии-2 с вероятностью $\widetilde{0,1}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,9}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.9\right)^2}{2\left(0.2\right)^2}\right\},\quad \mu\left(\widetilde{0,1}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.1\right)^2}{2(0.05)^2}\right\}.$$

Определим нечеткие вероятности состояний после вторых суток эксплуатации автомобиля:

$$P_{A1}^0\left(2\right)=P_{A1}^0\left(1\right)\cdot P_{A11}^0+P_{A2}^0\left(1\right)\cdot P_{A21}^0=0.9\cdot0.9+0,1\cdot0.6=0.87;$$

$$P_{A2}^0\left(2\right)=P_{A1}^0\left(1\right)\cdot P_{A12}^0+P_{A2}^0\left(1\right)\cdot P_{A22}^0=0.9\cdot0.1+0.1\cdot0.4=0.13;$$

$$D_{A1}\left(2\right)=D_{A1}^2\left(1\right)\cdot\sigma_{A11}^2+D_{A2}^2\left(1\right)\cdot\sigma_{A21}^2=0,04\cdot\left(0.2\right)^2+0,0025\cdot\left(0.05\right)^2=\left(0,0401\right)^2;$$

$$D_{A2}\left(2\right)=D_{A2}^2\left(1\right)\cdot\sigma_{A12}^2+D_{A2}^2\left(1\right)\cdot\sigma_{A22}^2=\left(0.05\right)^2\cdot\left(0.05\right)^2+\left(0.05\right)^2\cdot\left(0.1\right)^2=\left(0.0503\right)^2.$$

Таким образом, после вторых суток эксплуатации, автомобиль будет находиться в состоянии-1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,87}$ и в состоянии-2 с вероятностью $\widetilde{0,13}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,87}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.87\right)^2}{2\left(0,0401\right)^2}\right\},\ \mu\left(\widetilde{0,13}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.1\right)^2}{2\left(0,0503\right)^2}\right\}.$$

В данной работе представлено рассмотрение основных понятий теории однородных нечетких цепей Маркова с привлечением нечеткой математики. Построена математическая модель однородной нечеткой цепи Маркова на примере, в котором рассмотрен процесс функционирования системы автомобиля в условиях неопределенности (нечеткости).

Список литературы

1. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. Х.: Парус, 2008. 352 с.

2. Бойко К.В., Барышевский С.О. Математическое моделирование принятия решений в гостиничном бизнесе с использованием однородных марковских цепей // Материалы МСНК «Студенческий научный форум 2020». 2020. № 4. С. 110-113.

3. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2005. 432 с.

4. Барышевский С.О. Представление нечетких цепей Маркова в виде нечеткой переходной матрицы и нечеткого графа состояний // Сучасні проблемі моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім.. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В Найдиш. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 10. С. 27-30.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ МАТРИЧНЫХ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ

Барановская В.С.

ФГБОУ ВО «Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко», Мелитополь, e-mail: vibara1308@gmail.com

Рассмотрим конфликт двух участников с противоположными интересами. Математической моделью такого конфликта является игра с нулевой суммой. Участники игры – лица, принимающие решения, называются игроками [1, с.431].

Для того чтобы решить антагонистическую игру нужно для каждого из игроков указать стратегии, которые будут удовлетворять условию оптимальности. Это значит, что игрок *A* должен получить максимально возможный выигрыш, когда игрок *B* будет придерживаться исключительно своей выбранной стратегии, а игрок *B* должен получить минимально возможный проигрыш, когда игрок *A* так же будет придерживаться исключительно своей выбранной стратегии [2 – 5].

Мы имеем дело с игрой $m \times n$ только в том случае, когда первый игрок имеет количество стратегий равное m, а второй в свою очередь имеет количество стратегий n.

Рассмотрим игру $m \times n$. Пусть будет задано множество стратегий для нашего первого игрока $\{A_i\}$, а так же множество стратегий для нашего второго игрока $\{B_j\}$ и платежная матрица $A_{m\times n}=(a_{ij})$ в которой a_{ij} представляет собой возможный выигрыш первого игрока или возможный проигрыш второго игрока, при выборе ими стратегий A_i и B_j соответственно [1 – 5].

Целью наших игроков будем считать поиск наилучшей возможной стратегии для своей игры. В то же время, мы устанавливаем правдивым утверждением то, что противники разумны в одинаковой степени, а также то, что каждый из них желает получить наиболее возможный доход, делая ради этого все возможное.

Прежде нам следует начать поиск наилучшей стратегии игры для нашего первого игрока. Предполагается, что игрок *A* выбрал стратегию