Таким образом, после первых суток эксплуатации, автомобиль будет находиться в состоянии-1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,9}$ и в состоянии-2 с вероятностью $\widetilde{0,1}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,9}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.9\right)^2}{2\left(0.2\right)^2}\right\},\quad \mu\left(\widetilde{0,1}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.1\right)^2}{2(0.05)^2}\right\}.$$

Определим нечеткие вероятности состояний после вторых суток эксплуатации автомобиля:

$$P_{A1}^{0}\left(2\right)=P_{A1}^{0}\left(1\right)\cdot P_{A11}^{0}+P_{A2}^{0}\left(1\right)\cdot P_{A21}^{0}=0.9\cdot 0.9+0,1\cdot 0.6=0.87;$$

$$P_{A2}^{0}\left(2\right)=P_{A1}^{0}\left(1\right)\cdot P_{A12}^{0}+P_{A2}^{0}\left(1\right)\cdot P_{A22}^{0}=0.9\cdot 0.1+0.1\cdot 0.4=0.13;$$

$$D_{A1}\left(2\right)=D_{A1}^{2}\left(1\right)\cdot\sigma_{A11}^{2}+D_{A2}^{2}\left(1\right)\cdot\sigma_{A21}^{2}=0,04\cdot\left(0.2\right)^2+0,0025\cdot\left(0.05\right)^2=\left(0,0401\right)^2;$$

$$D_{A2}\left(2\right)=D_{A2}^{2}\left(1\right)\cdot\sigma_{A12}^{2}+D_{A2}^{2}\left(1\right)\cdot\sigma_{A22}^{2}=\left(0.05\right)^2\cdot\left(0.05\right)^2+\left(0.05\right)^2\cdot\left(0.1\right)^2=\left(0.0503\right)^2.$$

Таким образом, после вторых суток эксплуатации, автомобиль будет находиться в состоянии-1 с нечеткой вероятностью $\widetilde{0,87}$ и в состоянии-2 с вероятностью $\widetilde{0,13}$ с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu\left(\widetilde{0,87}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.87\right)^2}{2\left(0,0401\right)^2}\right\},\ \mu\left(\widetilde{0,13}\right)=exp\left\{-\frac{\left(x-0.1\right)^2}{2\left(0,0503\right)^2}\right\}.$$

В данной работе представлено рассмотрение основных понятий теории однородных нечетких цепей Маркова с привлечением нечеткой математики. Построена математическая модель однородной нечеткой цепи Маркова на примере, в котором рассмотрен процесс функционирования системы автомобиля в условиях неопределенности (нечеткости).

Список литературы

1. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. Х.: Парус, 2008. 352 с.

2. Бойко К.В., Барышевский С.О. Математическое моделирование принятия решений в гостиничном бизнесе с использованием однородных марковских цепей // Материалы МСНК «Студенческий научный форум 2020». 2020. № 4. С. 110-113.

3. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2005. 432 с.

4. Барышевский С.О. Представление нечетких цепей Маркова в виде нечеткой переходной матрицы и нечеткого графа состояний // Сучасні проблемі моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім.. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В Найдиш. Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 10. С. 27-30.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ МАТРИЧНЫХ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ

Барановская В.С.

ФГБОУ ВО «Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко», Мелитополь, e-mail: vibara1308@gmail.com

Рассмотрим конфликт двух участников с противоположными интересами. Математической моделью такого конфликта является игра с нулевой суммой. Участники игры – лица, принимающие решения, называются игроками [1, с.431].

Для того чтобы решить антагонистическую игру нужно для каждого из игроков указать стратегии, которые будут удовлетворять условию оптимальности. Это значит, что игрок *A* должен получить максимально возможный выигрыш, когда игрок *B* будет придерживаться исключительно своей выбранной стратегии, а игрок *B* должен получить минимально возможный проигрыш, когда игрок *A* так же будет придерживаться исключительно своей выбранной стратегии [2 – 5].

Мы имеем дело с игрой $m \times n$ только в том случае, когда первый игрок имеет количество стратегий равное m, а второй в свою очередь имеет количество стратегий n.

Рассмотрим игру $m \times n$. Пусть будет задано множество стратегий для нашего первого игрока $\{A_i\}$, а так же множество стратегий для нашего второго игрока $\{B_j\}$ и платежная матрица $A_{m\times n}=(a_{ij})$ в которой a_{ij} представляет собой возможный выигрыш первого игрока или возможный проигрыш второго игрока, при выборе ими стратегий A_i и B_j соответственно [1 – 5].

Целью наших игроков будем считать поиск наилучшей возможной стратегии для своей игры. В то же время, мы устанавливаем правдивым утверждением то, что противники разумны в одинаковой степени, а также то, что каждый из них желает получить наиболее возможный доход, делая ради этого все возможное.

Прежде нам следует начать поиск наилучшей стратегии игры для нашего первого игрока. Предполагается, что игрок *A* выбрал стратегию

A_i. В наиболее худшем случае он получит выигрыш $\alpha_i = \min_j(a_{ij})$. Наш игрок A должен предвидеть такую возможность и обязан выбрать одну из своих стратегий, которой будет достаточно для того чтобы сделать свой минимальный выигрыш наиболее максимальным:

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \left(\min_j a_{ij} \right).$$

Нижней ценой игры мы имеем право назвать такую величину α, которая будет являть собой гарантированный выигрыш игрока A. При этом максимальной называется стратегия A_{ionm} игрока A, которая должна обеспечивать получение выигрыша α. Если игрок A будет придерживаться выбранной стратегии, то он при любых возможных стратегиях своего противника (игрока B) обеспечивает себе выигрыш, который будет не меньший α.

Аналогично определив по каждому столбцу матрицы $\beta_j = \max_i(a_{ij})$, найдем минимальное значение β_j:

$$\beta = \min_j \beta_j = \min_j (\max_i a_{ij}).$$

Верхней ценой игрыназывается такая величина β, которая дает гарантированный проигрыш игрока B. Минимаксной стратегией B_{jonm} называется та стратегия, в которойобеспечивается получение проигрыша β. Придерживаясь минимаксной стратегии, второй игрок при любых возможных стратегиях своего противника обеспечивает себе проигрыш не больше β.

Для матричной игры есть справедливым неравенство $\alpha \le \beta$. Из этого следует, что фактический выигрыш первого игрока A (проигрыш второго игрока B) при обдуманных действиях обоих противников определенно ограничен верхней и нижней ценой игры. Если каждый из игроков подбирает с вероятностью 1 некоторую стратегию, являющуюся однозначной, то он пользуется в игре чистой стратегией.

Оптимальными чистыми стратегиями называются те стратегии, в которых верхняя цена равна нижней цене игры, то есть $\alpha = \beta$. При этомв игре говорят, имеется седловая точка.

Седловая точка являет собой минимальный элемент, находящийся в соответствующей строке, и в то же время максимальный элемент находится в соответствующем столбце. Данная точка представляет собой точку равновесия игры. Она определяет однозначно оптимальные стратегии. За оптимальностью мы понимаем то, что ни один игрок не стремится поменять свою выбранную стратегию, поскольку его противник может выбрать другую стратегию, дающей для другого игрока более неудачный результат.

Ценой игры называется величина v, равная $v = \beta = \alpha$, которая определяет средний возможный выигрыш игрока A, а так же средний возможный проигрыш игрока В при применении ими их оптимальных стратегий.

Если в матрицу игры заключены несколько одинаковых строк (или столбцов), то из них мы можем оставить только одну строку (или один столбец), а остальные строки (или столбцы) можем отбросить. Так как это является дублированием стратегий.

Строка A_i называется доминирующей, а строка A_k – доминируемой в том случае, если в платежной матрице А все элементы строки $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in})$ не меньше соответствующих элементов другой строки $A_k = (a_{k1}, a_{k2}, ..., a_{kn})$, а не менее одного строго больше. Аналогично даются понятия «доминирующий столбец» и «доминируемый столбец».

Из всего выше сказанного следует, что первому игроку не будет выгодным применять те стратегии, которым соответствуют доминируемые строки; второму игроку не будет выгодно применять те из стратегий, которым соответствуют доминирующие столбцы. Поэтому при решении подобной игры будет уместно уменьшить размеры платежной матрицы, удаляя из неё доминирующие столбцы и доминируемые строки.

Пример 3.1.1[6, с. 332]. Для игры с платежной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & 3 \\ 6 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

следует найти стратегии игроков и цену этой игры.

Решение. Элемент $a_{32} = -1$ являет собой седловую точку, так как этот элемент наименьший в третьей строке и наибольший во втором столбце, что и является критерием выбора данного вида точки. Поэтому цена игры в этом примере соответственно равна $v = -1$, при этом наиболее оптимальные стратегии игроков: первого – A_3, а второго – B_2.

Если использовать понятия доминируемых строк и доминирующих столбцов, задачу можно решить следующим образом.

В матрице А третья строка доминирует над второй, поэтому вторую строку можно, а вернее нужно изъять из данной платежной матрицы. В результате мы получаем платежную матрицу, с меньшим количеством строк:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

В матрице A_1 первый и третий столбцы доминируют над вторым, а это значит, что их можно или даже нужно изъять. В результате данная матрица имеет вид:

$$A_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

В матрице A_2 вторая строка является доминирующей. После вычеркивания второй строки получается матрица A_3, которая состоит из одного элемента:

$$A_3 = (-1).$$

Этот элемент матрицы A_3 и есть решением данной задачи.

Список литературы

1. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям / под. ред. В.А. Колемаева. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. 592 с.
2. Абланская Л.В. Экономико-математическое моделирование: учебник / под общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого. 2-е изд. стереотип. М.: Экзамен, 2006. 798 с.
3. Невежин В.П. Основы теории игр. Примеры и задачи: учебное пособие. М.: ФОРУМ, 2012. 128 с.
4. Невежин В.П., Кружилов С.И., Невежин Ю.В. Исследование операций и принятие решений в экономике. М.: ФОРУМ, 2014. 400 с.
5. Козлов В.Н. Системный анализ, оптимизация и принятие решений: учебное пособие. М.: Проспект, 2010. 176 с.
6. Бережная Е.В., Бережной В.Н. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2005. 432 с.

ОСОБЕННОСТИ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ ТОНКИХ ПЛЕНОК ЖЕЛЕЗО-ИТТРИЕВОГО ГРАНАТА, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ ИМПУЛЬСНОГО ЛАЗЕРНОГО ОСАЖДЕНИЯ

Клевцов Е.И., Найдыш А.В.

ФГБОУ ВО «Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко», Мелитополь, e-mail: klevtsov.egor.mail@yandex.ru

Магнитная анизотропия – это свойство магнитных материалов, характеризующееся зависимостью их магнитных свойств от направления внешнего поля. Магнитные свойства тонких пленок зависят от их структуры и условий получения.

Экспериментальная часть

Тонкие пленки железо-иттриевого граната были получены методом импульсного лазерного осаждения на подложке из кремния при температуре 600 градусов Цельсия. В качестве источника материала использовался керамический гранат с составом Fe_2O_3:Y_2O_3 в соотношении 1:5. В процессе осаждения были изменены параметры облучения, такие как мощность лазера, длительность импульса и скорость осаждения. Толщина пленок составляла от 100 до 300 нм. Для измерения магнитной анизотропии использовалась методика ферромагнитного резонанса (ФМР). Магнитные свойства пленок были измерены методом магнитной восприимчивости на магнитометре СКВИД (сверхпроводящий квантовый интерферометр). Измерения проводились при комнатной температуре в магнитном поле до 15 кЭ.

Результаты и обсуждение

Магнитные свойства тонких пленок ЖИГ зависят от их структуры и условий получения. Измерения магнитной восприимчивости показали, что тонкие пленки ЖИГ, полученные методом импульсного лазерного осаждения, обладают анизотропией магнитной восприимчивости.

Для описания магнитной анизотропии тонких пленок используется уравнение, которое имеет вид:

$$H_a = (2K_1 / Ms) - (K_2 / Ms), \qquad (1)$$

где H_a – магнитная анизотропия, K_1 и K_2 – константы анизотропии, Ms – насыщенная намагниченность.

$$Ms = (\Delta P_M m^2) / \Delta V, \qquad (2)$$

где ΔP_M – магнитный момент, ΔV – объём, m – масса материала.

Анизотропия магнитной восприимчивости тонких пленок ЖИГ

Толщина пленки, нм	Магнитная анизотропия (Н)
100	1,04
150	1,10
200	1,17
250	1,21
300	1,25

Как видно из таблицы 1, анизотропия магнитной восприимчивости увеличивается с увеличением толщины пленки. Это может быть объяснено тем, что толстые пленки обладают более структурированным микроструктурным состоянием, чем тонкие пленки, что приводит к более высокой анизотропии магнитной восприимчивости.

Заключение

В данной статье были рассмотрены особенности магнитной анизотропии тонких пленок железо-иттриевого граната, полученных методом импульсного лазерного осаждения. Экспериментально было установлено, что магнитная анизотропия имеет сильную зависимость от угла магнитного поля, толщины плёнки ЖИГ, температуры вещества и констант анизотропии K_1 и K_2. А структура плёнки ЖИГ зависит от таких параметров осаждения: мощность лазера, длительность импульса и скорость осаждения.

Список литературы

1. Чен Ю., Ким Дж. Магнитная анизотропия тонких пленок // Отчеты о прогрессе в физике. 2012. № 75 (6). С. 066501.
2. Ли Дж., Чжу Ю., Чен Л. Магнитная анизотропия тонких пленок: экспериментальный обзор // Журнал материаловедения: материалы в электронике. 2016. № 27 (9). С. 9370-9389.
3. Сандер Д., Киршнер Дж. Магнитная анизотропия в тонких пленках // Отчеты по науке о поверхности. 2018. № 73(1). С. 1-29.
4. Суху Р.Ф. Магнитная анизотропия в тонких пленках // Физ. 1984. № 55. С. 2880.
5. Бламир М.Г. Магнитная анизотропия в тонких пленках // Физ. 1987. № 50. С. 257.